View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Sistemas y Telemática

Artículo original

Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva

Functions in context. A rich experience in modeling and interactive simulation

Jaqueline Cruz Huertas
jcruzh@unicolmayor.edu.co
Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, Bogotá - Colombia

Yilman Medina Castañeda
yilma.medina@campusucc.edu.co
Universidad Cooperativa de Colombia, Bogotá - Colombia

Fecha de recepción: Julio 8 de 2013
Fecha de aceptación: Septiembre 3 de 2013

Palabras clave
GeoGebra; visualización; modelación; simulación; funciones.

Keywords
GeoGebra; visualization; modeling; simulation; functions.

Colciencias tipo 1

Resumen

Este artículo presenta resultados de la aplicación de una estrategia pedagógica en el marco del proyecto de investigación *Validación de un recurso interactivo en estudiantes de pregrado para el aprendizaje de funciones*. La estrategia se implementó durante el segundo semestre del año 2012 en estudiantes de primer semestre de Administración de Empresas Comerciales de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca. El estudio indaga, en una primera fase, el aporte pedagógico de una estrategia que parte de una situación del mundo real y se apoya con medios computacionales de modelación y simulación (GeoGebra) en la construcción de modelos funcionales interactivos que tiene como propósitos: fortalecer el aprendizaje significativo de los conceptos relacionados con las funciones lineales, afines, cuadráticas y sus aplicaciones; hacer más visible la relación matemáticas-realidad; y potenciar el desarrollo de competencias matemáticas y el interés de los estudiantes por el estudio de esta ciencia.

Abstract

This paper presents results of the application of a pedagogical strategy, under the research project "Validation of an interactive resource for undergraduate learning functions". The strategy was implemented during the second half of 2012 freshmen in Business Administration from the Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca. The study investigates, in a first phase, the contribution of a pedagogical strategy that part of a real-world situation, and is supported by means of computer modeling and simulation in which GeoGebra software was used to build interactive working models. The purpose of the strategy is to strengthen students in meaningful learning of the concepts related to linear functions, affine, quadratic and applications and, in turn, make visible the relationship between mathematics and reality, as well as enhance the math skills development and student interest in the study of this science.

I. Introducción

Desde la aparición de la tecnología y las herramientas computacionales se han experimentado cambios muy acelerados. Estos cambios han ido transformando la manera como los seres humanos adquieren y producen nuevo conocimiento, al implementarse el uso de estrategias informáticas en la educación. En este sentido, varias investigaciones han comprobado el papel decisivo que cumplen las estrategias y los recursos didácticos que emplean los docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las diferentes ciencias.

Según Borba y Villarreal (2005) la tecnología y los artefactos establecen una relación con los seres humanos tal que, de la manera como se genere dicha relación va a depender la forma como un individuo aprende o produce nuevo conocimiento. Por tanto, la cognición se vale de las herramientas, artefactos, dispositivos y medios con los cuales se produce el conocimiento. En consecuencia, estos autores plantean evitar la tendencia a ver a los humanos y a las herramientas tecnológicas como dos conjuntos disyuntos o independientes, ya que las herramientas influyen en la manera como las personas organizan sus ideas, exploran y producen conocimiento mediante la interacción con ellas. Pero además, esta influencia, expresa Sánchez (2007), no es unidireccional porque las herramientas median y moldean el pensamiento de los individuos, pero a su vez, éstos influyen en las herramientas ya sea transformándolas o potenciándolas.

En los últimos años investigadores como Villa y Ruiz (2010), Torroba, Etcheverry y Reid (2009) y García y Gil (2006), basados en el constructo teórico de *seres humanos con medios* propuesto por Borba y Villarreal (2005), han estudiado el uso didáctico de diversas herramientas informáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por tanto, estos autores han analizado el papel que juegan los medios informáticos que se emplean para comunicar y representar ideas matemáticas, así como el rol que cumplen en la exploración y producción de nuevas conjeturas o hipótesis, lo que conlleva, en algunos casos, a establecer nuevos conocimientos, no solamente en los estudiantes sino también en los docentes que conducen y orientan este tipo de prácticas educativas.

Las investigaciones realizadas por Villa y Ruiz (2010) y Torroba et al., (2009) han confirmado que, por ejemplo, el uso de software como GeoGebra y Cabri Geómetre II Plus –que permite tanto a maestros como a estudiantes, explorar mediante la modelación y simulación diversos conceptos matemáticos– ha conllevado a que se descubran nuevas posibilidades de construcción, potenciando de esta forma el uso del software. Es decir, estas experiencias muestran cómo a través de la interacción con estos programas surgen nuevos cuestionamientos que alimentan la exploración del software mismo y redimensionan la mirada sobre los objetos matemáticos.

La posibilidad de utilizar herramientas de software para el estudio de los objetos matemáticos permite establecer un diálogo amplio entre la visualización y los procedimientos algebraicos que se realizan con lápiz y papel. En este mismo sentido, Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio-Arboleda, Osorio, y Ocampo (2009) expresan que cuando los docentes promueven la enseñanza a partir de situaciones del *mundo real*, hacen que se disminuya la brecha que ha existido entre *matemáticas y realidad*. Pero además, es importante apuntar que cuando tales situaciones se logran modelar o simular mediante el uso de herramientas computacionales, esto conlleva a que tanto maestros como estudiantes puedan explorar los objetos a través de la visualización, la observación y la experimentación, logrando no solo reconocer patrones y comprobar leyes, sino realizar nuevas conjeturas relacionadas con el comportamiento de los objetos matemáticos o sobre el potencial del software como herramienta constructiva.

Con base en los planteamientos anteriores, desde 2010 se ha venido implementando una estrategia didáctica con la utilización de un recurso virtual denominado *Modelación y simulación interactiva de funciones, versión 1* (Cruz-Huertas, 2010), utilizando el programa Cabri Geómetre II Plus para el aprendizaje y aplicación de *funciones: lineales, afines, cuadráticas y cúbicas*. Posteriormente, el recurso virtual se mejoró y se produjo una segunda versión utilizando GeoGebra (Hohenwarter, 2012). Esta se desarrolló durante el segundo semestre del año 2012. Este documento presenta los resultados obtenidos en una fase preliminar, que sirven como base para realizar estudios más amplios que permitan implementar y validar la estrategia propuesta en otros contextos.

II. De Cabri Geómetre II Plus a GeoGebra

Entre 2010 y el primer semestre de 2012, Cruz-Huertas implementó el recurso virtual de su autoría denominado *Modelación y simulación interactiva de funciones, versión 1* (Cruz-Huertas, 2010) en estudiantes de primer semestre del Programa de Administración de Empresas Comerciales de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, jornada nocturna. Mediante el uso de este recurso se desarrolló una propuesta didáctica complementaria al estudio presencial, apoyándose en la creación de escenarios de modelación y simulación interactiva elaborados con el programa Cabri Geómetre II Plus. Esta estrategia de aprendizaje pretende que los estudiantes puedan visualizar y relacionar, por sí mismos, de manera práctica, los elementos de un modelo con la teoría y puedan lograr conceptos más amplios relacionados con las funciones.

El recurso virtual utiliza herramientas web; para subir los módulos interactivos elaborados con Cabri a la Web, se utilizó el *plug-in* de Cabri 1.4. Sin embargo, este *plug-in* no funciona en las nuevas versiones de los navegadores y en algunos computadores los modelos se veían distorsionados. Por tanto, se tenía la gran dificultad que muchos estudiantes únicamente podían acceder a los elementos teóricos que se presentaban en la página web, pero no lograban entrar a los módulos interactivos, lo que les impedía visualizar y experimentar con los objetos matemáticos y generaba obstáculos en la aplicación de la estrategia prevista para el desarrollo del tema.

Debido al problema anterior, se logró utilizar el recurso de forma parcial, para apoyar los procesos de enseñanza–aprendizaje de las funciones y sus aplicaciones. Sin embargo, las opiniones de los estudiantes que pudieron trabajar con los módulos interactivos fueron muy positivas. Expresaron que la interacción con los modelos les había facilitado comprender mejor los conceptos explicados en clase, por lo que consideraban que era un recurso muy valioso. Esto motivó a considerar el uso de una herramienta distinta para construir los módulos interactivos, de tal manera que estos funcionaran en todos los navegadores.

En consecuencia, en el marco de la Maestría en Informática Aplicada a la Educación, los autores de este documento decidieron realizar las *mejoras técnicas* al recurso virtual *Modelación y simulación interactiva de funciones*, construyendo una segunda versión (Cruz-Huertas, 2012), mejorando a su vez aspectos de diseño y desarrollando un proceso de investigación que permita *validar* el aporte pedagógico que este recurso ofrece en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las funciones citadas.

Para solucionar el problema relacionado con el funcionamiento del software, para la construcción de los módulos interactivos se seleccionó el programa GeoGebra (Hohenwarter, 2012), por ser un software libre, que funciona en las diferentes versiones de los navegadores, ser sencillo y amigable, y contar con la potencia que permite la creación de construcciones matemáticas y modelos para las exploraciones interactivas mediante sucesivos cambios de parámetros. GeoGebra está basado en *Java*, lo que lo transforma en un software multiplataforma que funciona con cualquier sistema operativo que soporte éste lenguaje (Windows, Mac, Linux) e incluso en algunos celulares.

Aunque el proceso de validación del recurso virtual *Modelación y simulación interactiva de funciones, versión 2*, prevé tomar varios grupos de estudiantes de pregrado de diferentes instituciones de educación superior, en este documento se presentan los resultados obtenidos al implementar el recurso en tres grupos –A1, B1 y C1– de estudiantes de pregrado del Programa de Administración de Empresas Comerciales, jornada nocturna de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, durante el segundo semestre de 2012.

III. Método

El propósito de la estrategia es favorecer, de manera significativa, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones lineal, afín y cuadrática, y sus aplicaciones en algunos contextos, de manera que los estudiantes logren visualizar y comprender mejor las relaciones que existen entre el *mundo real* y *las matemáticas.* Para ello, Cruz-Huertas diseñó un taller denominado *Elaborando cajas y construyendo funciones.* Este plantea una situación real, en la que los estudiantes a partir de seis rectángulos iguales, deben elaborar seis cajas diferentes, variando solamente la *altura* de la caja. De esta forma, se obtienen cajas de diferente tamaño; por tanto, varía el *largo*, el *ancho*, el *área lateral sobre el ancho*, el *área lateral sobre el largo*, el *área de la base*, el *área total*, el *área del* *papel recortado* y el *volumen de las cajas*. Los estudiantes deben medir las dimensiones de las cajas y calcular estos valores para llenar una tabla de datos. Utilizando los datos de las mediciones y el análisis del comportamiento de las distintas variables involucradas en el problema, los estudiantes deben identificar las ocho funciones que modelan tales variaciones.

Para apoyar el desarrollo del taller, se utiliza el recurso virtual *Modelación y simulación interactiva de funciones*, el que además de presentar diversos conceptos teóricos sobre el tema, mapas conceptuales, ejemplos y problemas de aplicación, presenta la modelación de las familias de funciones con GeoGebra y el modelo de una caja sin tapa en segunda y tercera dimensión, como la que se propone en el taller. De esta forma, los estudiantes pueden variar las dimensiones de la altura, el largo y el ancho de la caja. Además, se simulan todas las *funciones matemáticas* que surgen a partir de las variaciones de las diferentes dimensiones involucradas en el modelo.

Las estudiantes además de contar con las explicaciones teóricas impartidas por el docente en las clases presenciales, tienen la posibilidad de complementar la teoría de los conceptos matemáticos relacionados en el taller, mediante del uso del *recurso virtual*, e interactuar con las *modelaciones y simulaciones* que allí se presentan. Por otra parte, se espera que el recurso virtual les permita explorar y experimentar de manera individual y flexible los conceptos trabajados en clase y los propuestos en el taller.

La estrategia apoyada con el *recurso virtual*, plantea los siguientes objetivos:

Objetivo general. Implementar una estrategia de aprendizaje enriquecida con TIC para que los estudiantes, a partir de una situación real, puedan identificar las funciones que modelan dicha situación, de forma que les permita construir de manera significativa conceptos relacionados con las funciones.

Objetivos específicos

» Generar un ambiente dinámico de aprendizaje de tal forma que mediante los registros, la modelación y la simulación interactiva, se facilite el análisis, la comprensión y la aplicación de conceptos matemáticos relacionados con las funciones.

» Caracterizar el concepto de variable, variable dependiente e independiente, dominio y rango útil, mediante el uso de registros en tablas, la modelación y la simulación interactiva.

» Identificar las características y elementos esenciales de las funciones lineales, afines y cuadráticas, mediante la interacción con la modelación y la simulación.

» Comprobar, mediante métodos matemáticos, que es posible conocer con exactitud las variaciones visualizadas en la simulación de las funciones.

El recurso virtual *Modelación y simulación interactiva de funciones* consta de cuatro módulos: Elementos teóricos; Modelación de familias de funciones; Modelación y simulación de una caja; y el Taller Elaborando cajas y construyendo funciones.

El primer módulo, *Elementos teóricos*, tiene como propósito presentar los conceptos fundamentales relacionados con: función, función lineal, función afín, función cuadrática y función cúbica, proporcionando ejemplos de aplicación en cada uno de los temas. Para complementar las explicaciones, se construyeron mapas conceptuales que buscan representar con mayor detalle, la relación entre los conceptos. Asimismo, se presentan algunas actividades para que los estudiantes las desarrollen y puedan aplicar los conceptos estudiados.

Como los documentos que contienen los elementos teóricos están en formato pdf, los estudiantes pueden imprimirlos para su estudio. En la Figura 1, se puede observar una de las pantallas de este módulo.

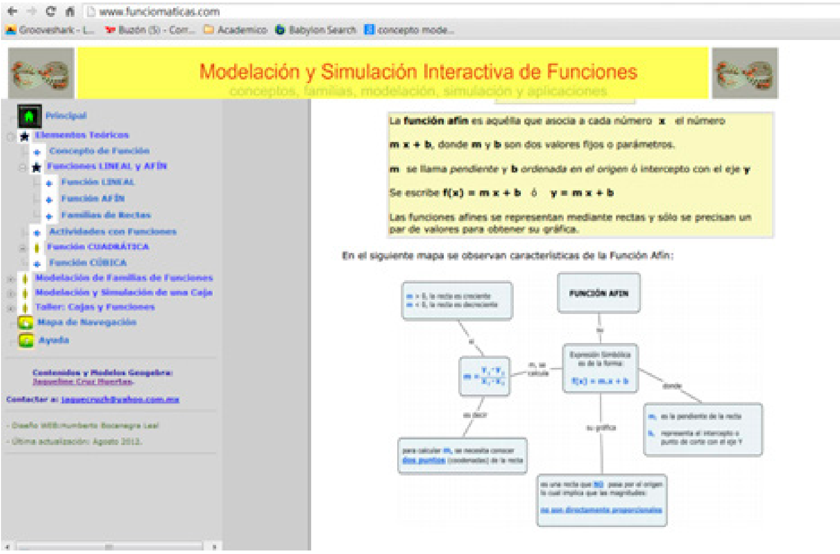


Figura 1. Diseño de una de las pantallas del primer módulo (Cruz-Huertas, 2012)

El segundo módulo, *Modelación de familias de funciones*, tiene como finalidad propiciar un ambiente interactivo con el programa GeoGebra, para que los estudiantes mediante los *deslizadores*, puedan variar los parámetros en cada una de las funciones y *visualizar* los cambios que se producen en la gráfica. De esta forma, se espera que los estudiantes, de manera simultánea, identifiquen y verifiquen, por sí mismos, el oficio que ejerce cada uno de los parámetros en la función representada y puedan observar las características esenciales de cada una de las familias de funciones. En la Figura 2, se puede observar uno de los *applet* creado con GeoGebra.

El tercer módulo, *Modelación y Simulación de una Caja*, tiene como objeto fundamental apoyar el desarrollo del taller *Elaborando cajas y construyendo funciones*, para que los estudiantes, a través de la modelación de una caja sin tapa –y la simulación de cada una de las funciones que surgen a partir del modelo–, tengan la oportunidad de interactuar, visualizar, observar y analizar en tiempo real, lo que sucede cuando se varían las dimensiones de la altura, el largo o el ancho del rectángulo que forma la caja, y a su

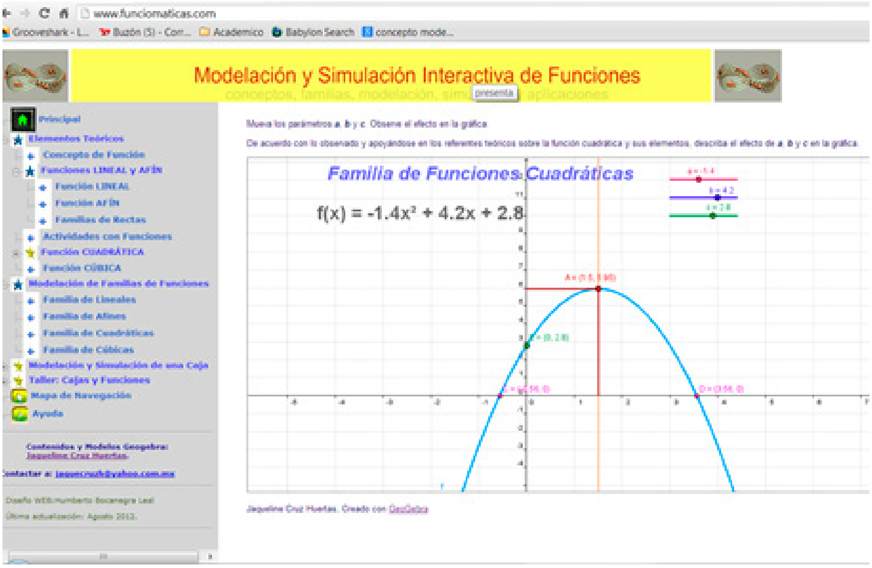


Figura 2. Diseño de una de las pantallas del segundo módulo (Cruz-Huertas, 2012)

vez relacionen el modelo presentado con las diferentes preguntas que se plantean en el taller. Con esto se pretende lograr una mejor comprensión de las variaciones que se dan entre las dimensiones del modelo representado (caja) y cómo estas variaciones pueden representarse mediante un modelo matemático, que puede ser una función afín, una función cuadrática o una función cúbica, según sea el caso. En la Figura 3, se puede observar uno de los *applet* que muestra la simulación del área lateral sobre el largo de la caja, según la variación de la altura, tomada a partir del modelo de la caja.

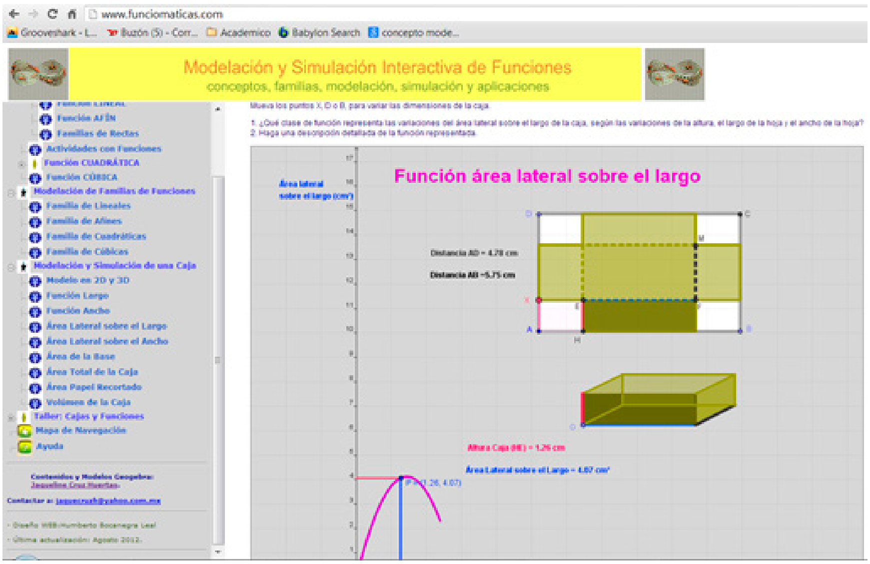


Figura 3. Diseño de una de las pantallas del tercer módulo (Cruz-Huertas, 2012)

En el cuarto módulo, *Taller cajas y funciones*, se presenta el taller (ver Anexo 1), en formato pdf, para cada uno de los cursos. Cada estudiante debe imprimirlo y resolverlo de manera individual para presentarlo como trabajo final, para la evaluación del tema. Con el taller se espera que los estudiantes desarrollen un trabajo práctico que conduzca al establecimiento de modelos con funciones y, mediante la interacción con el recurso virtual, obtengan una comprensión más amplia del problema plateado. Además, se den cuenta de que es posible hacer procesos de modelación y simulación mediante la utilización de software apropiado, para visualizar y afianzar los conocimientos matemáticos y poner en evidencia la relación existente entre el modelo y la teoría. Además, es importante que los estudiantes comprendan la importancia de poder establecer un modelo matemático, de tal forma que permita tener el control de las distintas variables implicadas y, de esta manera, resolver diferentes preguntas relacionadas con el problema planteado.

Como se puede apreciar en lo descrito, la estrategia está basada en un enfoque constructivista por cuanto propicia que los estudiantes elaboren nuevos conocimientos a partir de la base de enseñanzas anteriores. Además posibilita que los estudiantes sean activos, en lugar de permanecer de manera pasiva observando únicamente lo que se les explica (García & Gil ,2006). En efecto, en la estrategia se propone un taller significativo dentro de un contexto específico, de tal forma que los estudiantes puedan descubrir o construir los modelos con las funciones correspondientes, en lugar de una serie de instrucciones abstractas fuera de la realidad, como suele presentarse con metodologías tradicionales.

Por otro lado, las actividades que se proponen en el recurso virtual, permiten que los estudiantes entren en contacto con diferentes representaciones de la realidad, posibilitando de esta forma, que puedan avanzar hacia otras representaciones más complejas; por ejemplo, cuando logran construir modelos matemáticos, en este caso con funciones, en diversos problemas planteados. Asimismo, las diferentes preguntas que se hacen en el taller buscan fomentar la reflexión de los estudiantes desde la experiencia, así como también las estrategias que se emplean en las clases, pretenden apoyar la construcción colaborativa del aprendizaje a partir de la negociación social y no de la competencia.

A. Desarrollo de la estrategia

Al iniciar el estudio del tema de funciones, se propuso a cada uno de los estudiantes que debía descargar del portal www.funciomaticas.com (Cruz-Huertas, 2012) el taller *Elaborando cajas y construyendo funciones* según el grupo al que corresponde (A1, B1 o C1). Además se les pidió que estudiaran, en primer lugar, todos los *elementos teóricos* que se presentan en el *recurso virtual* y complementaran esta teoría, mediante la interacción con el módulo M*odelación de familias de funciones*, *versión 2.* En clase se explicó con mayor detalle el desarrollo de la primera y segunda parte del taller, aclarando las inquietudes que planteaban los estudiantes. También se destinaron aproximadamente seis horas de clase para explicar los conceptos de función, función lineal, afín y cuadrática, y las características de cada una de las familias de funciones, de tal forma que los estudiantes pudieran complementar los elementos teóricos con lo experimentado por ellos mediante la interacción con el recurso virtual.

En esta primera etapa, en la cual los estudiantes empezaron a trabajar con el recurso virtual, se observó que la mayoría no contaba con los conceptos básicos necesarios para abordar el tema de funciones y no estaba acostumbrada a realizar procesos de observación sistemática mediante la utilización de recursos informáticos con modelación y simulación de objetos matemáticos. Por tanto, algunos estudiantes que dijeron haber interactuado con la modelación de funciones, no supieron identificar qué era lo importante de observar y qué tipo de preguntas se debían platear durante este proceso. Otros, sencillamente dijeron no haber tenido el tiempo para interactuar con el recurso. Entonces, fue necesario que en la clase se orientara a todos los estudiantes, mediante el uso del recurso virtual, acerca de *qué* era importante observar y, con el planteamiento de diferentes preguntas, inducirlos a que efectuaran las conclusiones pertinentes sobre el oficio de los parámetros en cada una de las familias de funciones. Esto fue muy valioso por cuanto los estudiantes se dieron cuenta que era importante observar con mayor detalle y plantearse las *preguntas adecuadas*, de tal forma que mediante la interacción se pudiera identificar ciertos patrones de regularidad y establecer conclusiones importantes.

También se trabajó en clase el módulo *Modelación y simulación de una caja*, para el que se invitó a los estudiantes a interactuar de nuevo con el recurso, las veces que lo consideraran necesario, de tal forma que entendieran mejor el comportamiento y las características de las funciones allí representadas, con el propósito de permitirles poder contestar las preguntas que se plantean en cada una de las funciones simuladas o poder formular otras que fuesen pertinentes. Asimismo, se invitó a que, con la interacción, pudieran relacionar e integrar conceptos para deducir y analizar los modelos matemáticos solicitados en el taller.

Se destinaron dos clases más para apoyar a todos los estudiantes con los procesos matemáticos y de análisis para que pudieran avanzar y completar el desarrollo del taller; asimismo algunos estudiantes solicitaron aclaraciones individuales en los espacios destinados a tutorías.

Cabe resaltar que el apoyo dado por el docente durante todo el proceso es fundamental, por cuanto es necesario ayudar a los estudiantes en la comprensión de los conceptos matemáticos y acompañarlos en los procesos de visualización y observación, de tal forma que, a través de los cuestionamientos realizados por el docente, se enfoque a los estudiantes sobre los elementos esenciales a observar. Esto, sin lugar a dudas, motiva enormemente a que los estudiantes utilicen de nuevo el recurso virtual, con mayor interés y motivación, en los días siguientes. Según lo expresaron, a la gran mayoría les sirvió para comprobar si lo que estaban haciendo en el taller, especialmente en la elaboración de las gráficas, era correcto o no.

IV. Resultados

Al evaluar cuantitativamente los talleres desarrollados por los estudiantes en los tres grupos, valorado con notas de cero a cinco, se obtuvieron los resultados que presenta la Tabla 1.

Tabla 1. Evaluación de resultados - Sem.2-2012 - Programa de Administración de Empresas Comerciales

Resultados / Cursos	Total estudiantes		Excelente 4,6 - 5,0		Bueno 4,0 - 4,5		Aceptable 3,0 - 3,9		Insuficiente 1,0 - 2,9		No presentó	
	No.	%	No.	%	No.	%	No.	%	No.	%	No.	%
A1	20	100	4	20	13	65	3	15	0	0	0	0
B1	21	100	12	57	5	24	2	10	0	13	2	10
C1	26	100	9	35	10	38	3	12	4	15	0	0
Total	67	100	25	37	28	42	8	12	4	6	2	3

Como se puede observar en la Tabla 1, 25 estudiantes (37%), alcanzaron un nivel de excelente, 28 (42%), logró un nivel bueno y 8 (12%), fueron valorados con nivel aceptable. Es decir, el 91% de los estudiantes aprobó el taller. Solamente 4 (6%), no lo aprobaron y 2 (3%), no lo presentaron. De estos últimos estudiantes, se pudo establecer inasistencias a las clases y en general bajo rendimiento académico aunado al poco interés y motivación por el estudio.

Para valorar cualitativamente la estrategia, en el último punto del taller, numeral 6, se les solicitó a los estudiantes la opinión sobre los aportes que les había proporcionado el taller, y el uso del recurso virtual en relación con la comprensión y aplicación de las funciones. A continuación se describen algunos de los comentarios más relevantes:

—*Una página súper interesante. Ojalá la mayoría de los docentes diseñaran cosas como estas. Ayuda a entender muchas cosas y a ver que las matemáticas son interesantes.*

—*La página web y las explicaciones de la profesora, me ayudaron a entender muchas cosas de las funciones que nunca había entendido en el colegio.*

—*Con el taller pude ver el lado práctico de las matemáticas y a entenderlas mejor con los modelos de la página web, porque casi siempre uno ve la matemática como algo muy teórico, de poca utilidad.*

—*Con el taller y la página le pude ver el lado amable a las matemáticas, me doy cuenta de la gran aplicación que tienen, hasta para hacer unas simples cajas son importantes y que además, pueden ser divertidas.*

—*Cuando inicié el taller no entendí casi lo que tenía que hacer, pero cuando miré los modelos lo entendí, así que me ayudó muchísimo.*

—*Lo que falta es tiempo, hubiera querido tener mucho más para estudiar mejor la página web. Aprender así es muy chévere porque uno se da cuenta qué es lo que verdaderamente está* *ocurriendo al variar por ejemplo la altura.*

—Creo que me están empezando a gustar las matemáticas, nunca las había visto de esta forma. Con el taller también aprendí muchísimo de una manera práctica y amena.

Hubo muchos otros comentarios, en general muy positivos, que aunados a los resultados cuantitativos permiten inferir que la estrategia propuesta ayuda a los estudiantes a mejorar en alto grado los niveles de comprensión sobre las funciones estudiadas y sus aplicaciones. A su vez, se observó en la gran mayoría de los estudiantes, motivación y agrado en la realización de esta actividad. De ahí que en los talleres entregados por los estudiantes, se observó calidad y esmero en su elaboración.

Por supuesto es necesario seguir implementando la estrategia sistemáticamente y ojalá diseñar otros instrumentos que permitan evidenciar con mayor detalle las fortalezas y debilidades de la estrategia.

V. Discusión

Aunque trabajos como este ponen en evidencia lo que otros investigadores también han encontrado con respecto al potencial cognitivo que ejercen estrategias didácticas apoyadas con herramientas tecnológicas en el aprendizaje de las matemáticas, desafortunadamente en Colombia estas prácticas pedagógicas parecen ser aún escasas. En efecto, se puede advertir que la modelación en matemáticas como práctica educativa en las aulas escolares del país es aún mínima.

Actualmente existe una gran variedad de programas computacionales para la modelación y la simulación. Sin embargo, desconocemos qué tanto los docentes colombianos manejan estas herramientas tecnológicas y diseñan estrategias pedagógicas significativas para los estudiantes. Esto es, que las actividades que proponga el docente muestren frecuentemente la relación entre *matemáticas* y *realidad*, por lo que había que indagar más sobre el tema. Mientras tanto, parece ser que la apatía y el desinterés de muchos estudiantes por el estudio de las matemáticas se siguen acentuando, por quienes reclaman un *sentido de realidad matemática* que, en la mayoría de los casos, el docente no sabe cómo afrontar.

Por otro lado, son varios los estudios sobre didácticas para el aprendizaje de las matemáticas que se han escrito para mejorar la calidad de la educación. Estas investigaciones se han valido de todas la variables posibles que corresponden a cada situación de forma grupal o individual del sujeto en estudio; investigaciones que van desde sus entornos etnográficos, como también desde el campo de las dimensiones de la psicología, para explorar conceptos como la percepción, la atención, la motivación, la emoción, el funcionamiento del cerebro, la inteligencia, la personalidad, las relaciones personales, la consciencia y el inconsciente, hasta la llegada de los nuevos instrumentos cognitivos –el mundo de la cultura tecnológica– y las TIC, cuyo enfoque pedagógico constructivista se fundamenta en potenciar las capacidades mentales y permitir el desarrollo de nuevas maneras de pensar.

Sin embargo, como claramente lo expresa Alsina (2007), la mayor parte del tiempo que emplean los docentes en la enseñanza de las matemáticas se dedica a la solución de ejercicios rutinarios, extraídos en su mayoría de libros de texto, que por lo general son realidades inventadas, caducadas o manipuladas y alejadas de la vida cotidiana. En consecuencia, tales actividades poco o nada ayudan a mostrar a la matemática como una ciencia útil para la interpretación y modelización de la realidad.

Por lo anterior, el uso de estrategias como modelos pedagógicos y recursos didácticos se debe convertir en objetos de estudio para el docente investigador, de forma que pueda abordar soluciones a problemas educativos para fortalecer los procesos de aprendizaje. Pero además, estas estrategias le permiten al docente reflexionar al interior de su práctica y seguramente vislumbrar sus propias necesidades de actualización académica, que le permitan abordar con eficiencia las exigencias educativas del mundo actual.

En este y otros trabajos como los referenciados en este documento, se ha visto que cuando se proponen aplicaciones partiendo de entornos reales, y además, estos contextos se amplían con herramientas de modelación, simulación e interacción, las estructuras cognitivas del estudiante se desarrollan mejor, propiciando un mejor aprendizaje, porque le permite trabajar de forma simultánea, procesos conceptuales, procesos analíticos y sociales, como es el caso del estudio del concepto de función y sus aplicaciones. De esta manera, los estudiantes pueden tener mayor facilidad para transferir los conceptos aprendidos a otros contextos.

Conclusiones

El estudio de funciones apoyado con ambientes computacionales dinámicos e interactivos, genera mayor motivación e interés en los estudiantes, ya que les permite experimentar, comparar y explorar, por sí mismos, relaciones de tipo matemático. Sin embargo, es preciso resaltar que, cuando los estudiantes no han trabajado con este tipo de ambientes, es de suma importancia que el maestro oriente de manera conjunta procesos de observación, de tal forma que, mediante diferentes cuestionamientos efectuados por el docente, se apoyen procesos de inducción y deducción que conlleven a establecer las relaciones matemáticas que están implícitas en los modelos presentados. De lo contrario, puede ocurrir que muchos estudiantes solo se queden en el plano de la visualización, como por ejemplo: la figura cambia, es más grande o más pequeña, por tanto la gráfica también, pero no lleguen a establecer las razones matemáticas que generan dichos cambios.

A pesar de que los estudiantes de jornada nocturna disponen de menos tiempo para el estudio, debido a que normalmente trabajan durante el día, fue posible lograr avances significativos en el aprendizaje de las funciones y sus aplicaciones, tal como se infiere de los resultados obtenidos.

Las exploraciones y manipulaciones con los objetos matemáticos, por medios computacionales y orientados por el docente, permiten agudizar procesos de observación en los estudiantes, de tal forma, que estos empiezan a reconocer patrones de regularidad y a establecer conjeturas que pueden comprobar o refutar, sea mediante la interacción misma con el modelo o valiéndose de procesos matemáticos con lápiz y papel. De esta forma, los estudiantes se aproximan a la manera como actualmente trabajan los matemáticos, favoreciendo cambios positivos en la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas y la comprensión de conceptos en general.

Es muy importante que la evaluación abarque más allá de los procesos de experimentación y observación realizados con el software, y se complemente con la realización de talleres prácticos relacionados con las temáticas trabajadas, lo que finalmente muestra si un estudiante es capaz de utilizar sus conocimientos en la solución de problemas en contexto. En otras palabras, si verdaderamente ha desarrollado su competencia matemática.

Por último, cabe señalar que ninguno de los autores había trabajado con GeoGebra, así que esta experiencia se convirtió en una motivación y un reto que culminó con un gran aprendizaje y una enorme satisfacción tanto profesional como personal. Además, se pudo confirmar mediante las diferentes construcciones realizadas el gran potencial educativo que tiene este software. S&T

Referencias bibliográficas

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, *43*, 85-101

Borba, M. & Villareal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking*. New York, NY: Springer

Cruz-Huertas J. (2010). *Modelación y simulación interactiva de funciones, versión 1* [portal web]. Recuperado de www.funciomaticas.com

Cruz-Huertas J. (2012). *Modelación y simulación interactiva de funciones, versión 2* [portal web]. Recuperado de www.funciomaticas.com

García, A. & Gil, M. (2006). Entornos constructivistas de aprendizaje basados en simulaciones informáticas. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, *5*(2). Recuperado de http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen5/ART6_Vol5_N2.pdf

Hohenwarter, M. et al. (2012). *Geogebra* [software]. Linz, Austria: International Geogebra Institute

Sánchez, M. (2007). Reseña de "Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking. Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation" [M. Borba y M. Villarreal], *Educación Matemática*, *19*(20), 129-132

Torroba, E., Etcheverry, N., & Reid, M. (2009). Explorando el rol de la visualización en experiencias de cátedra. *TE&ET, Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, *3*. Recuperado de http://

teyet-revista.info.unlp.edu.ar/nuevo/files/No3/TEYET3-art01.pdf

Villa, J.A. & Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional. *Educação Matemática Pesquisa*, *12*(3), 514-528

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio-Arboleda, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2009). Sentido de realidad y modelación matemática: el caso de Alberto. *Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *2*(2), 159-180

Anexo 1

TALLER ELABORANDO CAJAS Y CONSTRUYENDO FUNCIONES (Grupo A1)

Elaborado por: Jaqueline Cruz Huertas

Modelos y Funciones

Las funciones constituyen una herramienta potente en la modelación matemática. A través de las funciones se puede modelar matemáticamente diversas situaciones de la vida real, que permiten describir y analizar las relaciones entre magnitudes con el fin de prever los resultados, sin necesidad de hacer en cada momento cálculos que pueden resultar muy demorados o complicados.

Para elaborar un modelo matemático se deben abordar básicamente tres etapas:

1. *Construcción*, proceso en el que se convierte el objeto a lenguaje matemático.
2. *El análisis* o estudio del modelo confeccionado.
3. *La interpretación* de dicho análisis, donde se aplican los resultados del estudio al objeto del cual se partió.

Los modelos matemáticos se utilizan en todos los campos, por ejemplo, en la industria sirven para analizar los procesos y diseñar los productos, optimizándolos para hacerlos más funcionales y reducir costos en la producción. Además, al facilitar la experimentación virtual, permiten reducir el tiempo que transcurre entre la elaboración y la comercialización, un aspecto fundamental para las empresas en la economía competitiva y global en la que estamos inmersos.

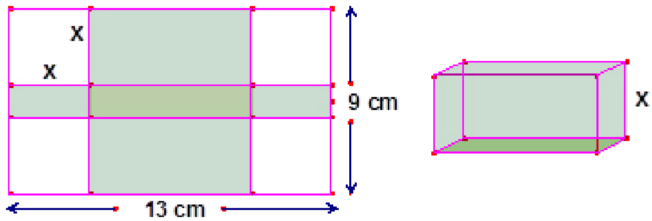
Este taller, tiene como **objetivo:**

Implementar una estrategia para que los estudiantes a partir de una situación real, construyan de manera significativa el concepto de función y puedan identificar las funciones que modelan dicha situación (con funciones afines, cuadráticas y cúbicas) para analizarlas e interpretarlas en relación con el problema planteado.

Como poyo para el desarrollo del taller, usted debe ingresar a la página www.funciomaticas.com donde podrá interactuar y experimentar con el modelo de una caja y la simulación de las funciones, de tal forma que le permita observar y analizar con mayor detalle el problema y resolver las preguntas que se plantean.

Situación problema:

Imagínese que usted va a montar una industria de cajas sin tapa de diversos tamaños, elaboradas a partir de una lámina rectangular de acero inoxidable calibre 20. Ha hecho contrato con una empresa que le envía láminas de 13 cm de largo por 9 cm de ancho para la elaboración de las cajas, como se muestra en el gráfico:



PRIMERA PARTE: Elaboración de cajas.

Construya 6 rectángulos en papel de 13 cm. de largo por 9 cm. de ancho. Elabore con cada rectángulo, una **caja sin tapa** recortando un cuadrado de igual tamaño en cada una de las esquinas del rectángulo, **de forma que complete 6 cajas con diferente altura**, Las cajas deben tener las siguientes características: Dos de altura *mediana*, dos lo más *altas* posibles y dos lo más *bajas* posibles. Se recomienda trabajar con números enteros y decimales. Guarde los cuadrados que recortó en cada una de las cajas (desperdicio). No es necesario pegar las partes de la caja, además en estos modelos no se tendrán en cuenta pestañas.

SEGUNDA PARTE

Tome las seis cajas que elaboró. Mida la altura, el largo y el acho de cada caja. Calcule los demás datos solicitados y regístrelos en la siguiente tabla:

Altura (x)	*Largo*	*Ancho*	*Área lateral sobre el largo*	*Área lateral sobre el ancho*	*Área de la base*	*Área Total de la caja*	*Área papel desperdicio*	*Volumen*
X								

TERCERA PARTE

1. Como puede analizar desde su experiencia, todos los datos cambian de acuerdo a la variación de la altura (es decir esta corresponde al valor de la *variable independiente*). Por tanto, ¿cuáles son los valores posibles que puede tomar la altura? Determine

el intervalo (dominio útil) ________

2. Construya una expresión matemática (*función*) que permita calcular todos los demás datos de las casillas, conociendo el valor de la altura. Esto es, que dependa del valor de x. Escríbala en la última fila de la tabla.
3. Haga una depuración de posibles errores de medición, reemplazando el valor de la altura en cada una de las expresiones halladas (funciones) y compruébelas con las mediciones registradas en la tabla.

CUARTA PARTE

1. Haga un análisis de cada una de las *funciones* realizando los procesos matemáticos para hallar **raíces (puntos de corte con eje x), puntos de corte con eje y, puntos máximos y/o mínimos si los hay, e identifique el <u>Rango Útil</u> en cada función.**
2. En un plano cartesiano adjunto a los procesos anteriores, grafique <u>cada una de las funciones</u>, ajustando para ello las escalas en los ejes, según los <u>*datos*</u> hallados en el punto anterior, de forma que la gráfica se pueda ver completa y armónica (mejor pequeña).
3. Luego ubique en cada gráfica <u>los seis puntos (coordenadas (x,y))</u> de las variaciones de las seis cajas, obtenidas en los registros de la tabla, correspondientes a la función representada y complete la gráfica.
4. Después de completar cada gráfica con todo los datos, haga un análisis lo más completo posible de acuerdo al contexto. Puede hacerse preguntas y resolverlas utilizando las funciones obtenidas, como por ejemplo:

   ¿Si un cliente solicita una caja, que tenga un área lateral sobre el largo de 20 cm^2**.** Observando el modelo**,** es posible hacerla?, si lo es, es posible construir cajas de diferente altura que tengan esta área lateral?. Cuáles serían esas alturas?. ________________________

   ¿Otro cliente solicita una caja que tenga 9cm^2 de área lateral sobre el largo, y mediante el modelo observo que solo le puedo hacer una, ¿por qué? . ¿Cuál es esa altura?____________________________

5. Registre en la **TABLA RESUMEN DE FUNCIONES** todos los datos que usted halló en cada una de las Funciones y que son los más importantes para el análisis y la comprensión de todo el taller y <u>*Póngalo como portada de su trabajo seguido de las gráficas, acompañadas éstas de los procesos respectivos.*</u>
6. Finalmente, escriba dos párrafos donde exprese su opinión con respecto al trabajo realizado en este taller. Por ejemplo: ¿Considera que le ayudo en la comprensión y aplicación de las funciones? ¿Qué fue lo que más le gustó de la página web funciomaticas?, ¿Qué dificultades tuvo?, entre otras.

Nombre del Estudiante: ____

TABLA RESUMEN DE FUNCIONES Y DATOS HALLADOS

	Largo	*Ancho*	*Área lateral sobre el largo*	*Área lateral sobre el ancho*	*Área de la base*	*Área Total de la caja*	*Área papel desperdicio*	*Volumen*
FUNCIONES *(según la altura)*								
Coordenadas del punto Máximo y/o Mínimo								
Intervalo del Dominio Útil:								
Intervalo del Rango útil								

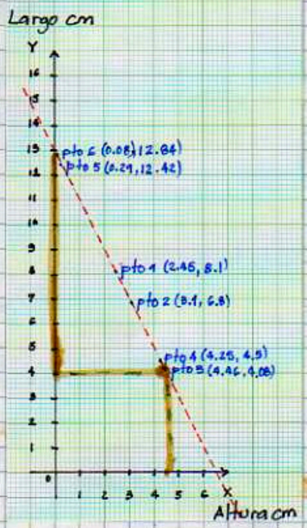
Anexo 2

Nombre del Estudiante: Elkin Enrique Ramírez Ardila

TABLA FINAL DE FUNCIONES Y DATOS HALLADOS

	Largo	Ancho	Área Lateral sobre el largo	Área lateral sobre el ancho	Área de la base	Área Total de la caja	Área papel desperdicio	Volumen
FUNCIONES (según la altura X)	$f(x)=-2x+13$	$f(x)=-2x+9$	$f(x)=-2x^2+13x$	$f(x)=-2x^2+9x$	$f(x)=4x^2-44x+117$	$f(x)=-4x^2+117$	$f(x)=-4x^2$	$f(x)=4x^3-44x^2+117x$
Máximo y/o Mínimo			(3.25, 21.125) Maximo	(2.25, 10.125) Maximo.	(5.5, −4) Mínimo	(0, 117) Maximo	(0,0) Minimo	(1.7, 91.4) Maximo (5.6, -22.17) Minimo.
DOMINIO ÚTIL: (0, 4.5)								
Intervalo del Rango útil	(4, 13)	(0, 9)	(0, 21.125)	(0, 10.125)	(0, 117)	(36, 117)	(0, 81)	(0, 91.4]

1. FUNCION "LARGO" DE LA CAJA:



Grafica Funcion Largo.

ESC X 0.5cm : 1cm
Y 0.5cm : 1cm

A. ECUACION: (función largo).

$f(x) = 13cm - (2 * x).$
$f(x) = 13 - 2x.$
$f(x) = -2x + 13$

B. HALLO EL CORTE DE $f(x)$ CON EL EJE X.
→ para ello igualo la función a 0.

$-2x + 13 = 0$
$-2x = -13$
$x = \frac{-13}{2}$
$x = 6.5cm$

- CORTE DE $f(x)$ CON EL EJE Y = 13 cm.
- CORTE DE $f(x)$ CON EL EJE X = 6.5 cm

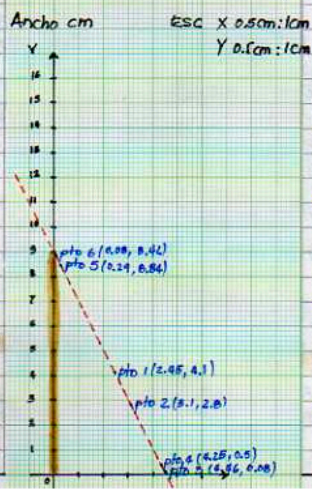
C. HALLO EL RANGO UTIL DE LA ALTURA:
para ello evaluo la función cuando X tiende a 4.5 → altura maxima.

$f(4.5) = -2(4.5) + 13.$
$f(4.5) = -9 + 13.$
$f(4.5) = 4$

- Rango util: 4 < largo caja < 13
- Rango util del largo ∈ (4cm, 13cm)

2. FUNCION "ANCHO" DE LA CAJA:

GRAFICA FUNC. ANCHO



A. ECUACION (función ancho)

$f(x) = 9cm - (2 * x)$
$f(x) = 9 - 2x$
$f(x) = -2x + 9$

B. HALLO EL CORTE DE $f(x)$ CON EL EJE X.
→ igualo la función a 0.

$-2x + 9 = 0$
$-2x = -9$
$x = \frac{-9}{-2}$
$x = 4.5 cm$

- CORTE DE $f(x)$ CON EL EJE Y = 9cm
- CORTE DE $f(x)$ CON EL EJE X = 4.5cm

C. HALLO EL RANGO UTIL DEL ANCHO:
Evaluo la función cuando X tiende a 4.5cm (alt max)

$f(4.5) = -2(4.5) + 9$
$f(4.5) = -9 + 9$
$f(4.5) = 0$

- Rango util: 0 > Ancho > 9
- Rango util ancho ∈ (0cm, 9cm)

→ altura * largo.

$f(x) = (x)(-2x+13)$

$f(x) = -2x^2 + 13x$ → 3ra familia:
- un brazo paso por (0,0
- V en el 1 cuadrante
- concava hacia arriba

B. HALLO LOS PTS DE CORTE CON EL EJE X
→ para ello igualo la función a 0

$-2x^2 + 13x = 0$

$x(-2x+13) = 0$ → $x = 0$ ó $-2x+13 = 0$.

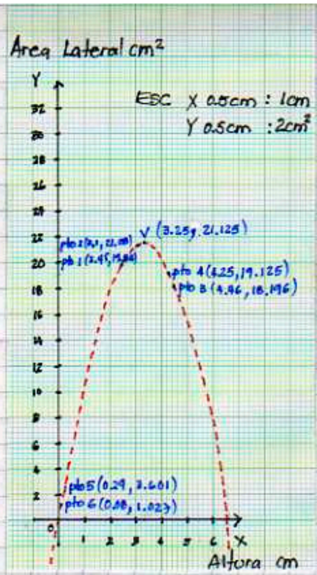
① si $x = 0$ → $(0,0)$

② si $-2x+13 = 0$

$-2x = -13$

$x = \frac{-13}{-2}$

$x = 6.5$ → $(0, 6.5)$



C. HALLAMOS EL VERTICE $f(x) = -2x^2 + 13x$

$V_x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-13}{2(-2)} = \frac{-13}{-4} = 3.25$ cm

Grafica Función Area Lateral/Largo

$V_y = f(3.25) = -2(3.25)^2 + 13(3.25)$

$= -21.125 + 42.25 = 21.125$ cm²

D. HALLO EL RANGO UTIL
→ Evaluo la función en el vertice cuando alcaza area maxima.

$V = (3.25, 21.125)$ = PTO MAXIMO

$X = 3.25$

$Y = 21.125$

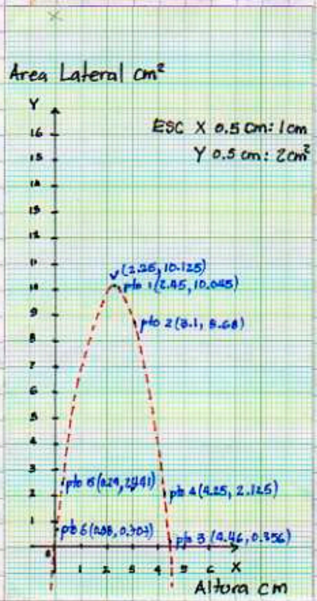
Rango util del Area Lateral sobre el largo ∈ (0, 21.125)

4. FUNCION AREA LATERAL SOBRE EL ANCHO:

A. ECUACIÓN (función Area Lateral/Ancho) = Altura x Ancho

$f(x) = (x)(-2x+9)$

$f(x) = -2x^2 + 9x$ → 3ra familia
- Un brazo pasa por (0,0)
- V en el 1 cuadrante
- Concava hacia arriba



B. HALLO LAS RAICES O PTS DE CORTE EN X.
→ igualo la función a 0.

$f(x) = -2x^2 + 9x = 0$

$x(-2x+9) = 0$ → $x = 0$ ó $x = -2x+9$

① si $x = 0$ → $(0,0)$

② si $-2x+9 = 0$

$x = 4.5$ ⇒ $(0, 4.5)$

C. HALLO EL VERTICE $f(x) = -2x^2 + 9x$

$V_x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-9}{2(-2)} = 2.25$

$V_y = f(2.25) = -2(2.25)^2 + 9(2.25)$

$= -10.125 + 20.25 = 10.125$

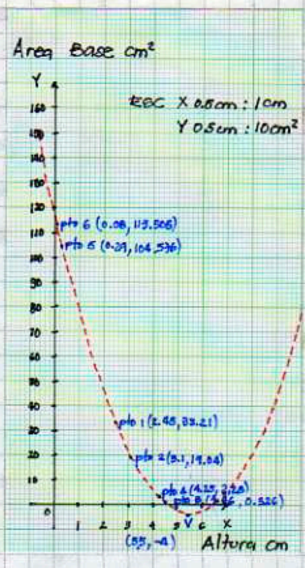
$V = (2.25, 10.125)$ = PTO MAXIMO.

D. HALLO EL RANGO UTIL → Evaluo la función en el vertice cuando alcanza Area max.

$X = 2.25$

$Y = 10.125$

5. FUNCIÓN AREA DE LA BASE



Grapica Area de la Base

A. ECUACIÓN (Función Area de la Base) = largo * Ancho

$f(x) = (-2x+13) * (-2x+9)$

$f(x) = 4x^2 - 18x - 26x + 117$

$f(x) = 4x^2 - 44x + 117$ → 4ta familia.
- V en el 4to cuadrante.
- concavo hacia arriba.

B. HALLO EL VERTICE: $f(x) = 4x^2 - 44x + 117$

$Vx = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{44}{2 \cdot 4} = 5.5$

$Vy = f(5.5) = 4(5.5)^2 - 44(5.5) + 117$
$= 121 - 242 + 117 = -4.$

$V = (5.5, -4)$ = PTO MINIMO

C. HALLO LAS RAICES $f(x) = 4x^2 - 44x + 117$

$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$X = \frac{-(-44) \pm \sqrt{(-44)^2 - 4(4)(117)}}{2(4)}$

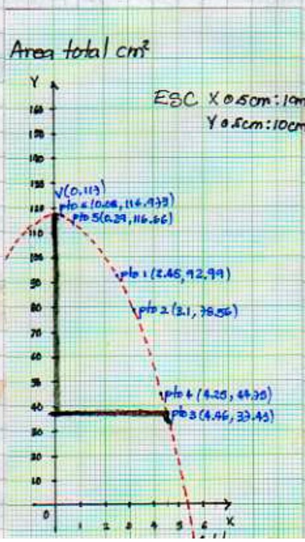
$X = \frac{44 \pm \sqrt{64}}{8} \Rightarrow X_1 = \frac{44+8}{8} = 6.5$

$X_2 = \frac{44-8}{8} = 4.5$

Los pts de corte con el eje X son
① = (0, 4.5)
② = (0, 6.5)

D. EL RANGO UTIL DEL AREA DE LA BASE
$\in (0, 117)$

6. FUNCIÓN AREA TOTAL DE LA CAJA:



A. ECUACIÓN (función area total de la caja)
= 2 Area lateral sobre largo + 2 Area lateral sobre ancho + A base

$f(x) = 2(-2x^2+13x) + 2(-2x^2+9x) + (4x^2 - 44x + 117)$

$f(x) = -4x^2 + 117$ → 2da familia
- la fun. corta al eje Y en 117.
- concava hacia arriba.

B. VERTICE (0, 117) = PTO MAXIMO

C. HALLO LAS RAICES → Igualo la fun a 0

$-4x^2 + 117 = 0$

$-4x^2 = -117$

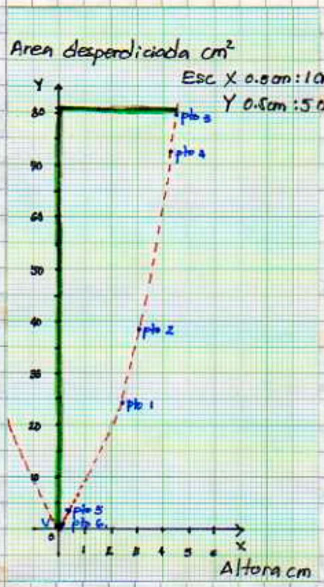
$4x^2 = 117$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{117}{4}} \Rightarrow X = \pm 5.4$

Los pts de corte con el eje X son
① = (0, 5.4)
② = (0, -5.4)

D. RANGO UTIL → Elevo la función cuando X tiende a 4.5 = altura maxima

7. FUNCION AREA DE PAPEL DESPERDICIADO.



Grafica Area de Papel Desperdiciado.

A. ECUACIÓN (Función Area de Papel desperd.)
= AT papel − Area total de la caja.

$f(x) = 117 - (4x^2 + 117)$

$f(x) = 117 - 4x^2 - 117$

$f(x) = -4x^2 \rightarrow$ 1era familia: $V(0,0)$ concava hacia abajo.

B. HALLO EL VERTICE = (0,0) = PTO MINIMO

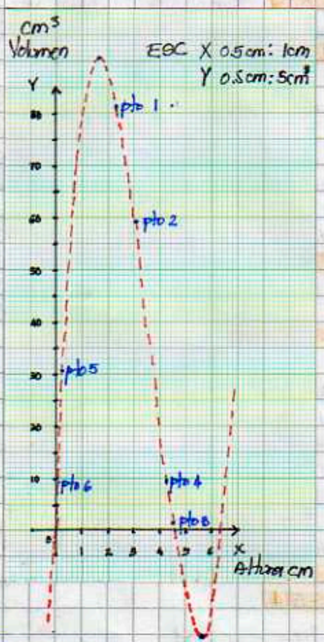
C. HALLO EL RANGO UTIL.
→ Elevo la función en x a 4.5 donde encontramos altura maxima.

$f(4.5) = 4(4.5)^2$

$f(4.5) = 81$.

El Rango util de la función Area desperdiciada $\in (0, 81)$

8. FUNCION VOLUMEN.



A. ECUACIÓN: (Función Volumen)

$f(x) = (13-2x)(9-2x) \cdot x$

$f(x) = 4x^3 - 44x^2 + 117x$

B. HALLO PTS CRITICOS: → Derivo la función y la igualo a 0.

$f'(x) = 12x^2 - 88x + 117 = 0$.

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(88) \pm \sqrt{(-88)^2 - 4(12)(117)}}{2(12)}$

$x_1 = 5.58 \sim 5.6$

$x_2 = 1.74 \sim 1.7$

Calculo Volumen en x_1 y x_2.

① $f(5.6) = (13-2(5.6))(9-2(5.6)) \cdot 5.6$

$f(5.6) = -22.17\ cm^3$

② $f(1.7) = (13-2(1.7))(9-2(1.7)) \cdot 1.7$

$f(1.7) = 91.4$

tenemos los pts criticos $P_1\ (5.6, -22.17)$
$P_2\ (1.7, 91.4)$

C. HALLO LAS RAICES → igualo a 0.

$(13-2x)(9-2x) \cdot x = 0$

① $13 - 2x = 0$ ② $9 - 2x = 0$ ③ $x = 0$

$13 = 2x$ $\quad 9 = 2x$

$6.5 = x$ $\quad 4.5 = 0$

D. HALLO EL RANGO UTIL

Currículum vitae

Jaqueline Cruz Huertas.

Licenciada en Matemáticas, Universidad Distrital; Especialista en Computación para la Docencia, Universidad Antonio Nariño; Especialista en Educación Universitaria, Universidad Complutense de Madrid; Especialista en Edumática, Universidad Autónoma; Estudiante de Maestría en Informática Aplicada a la Educación, Universidad Cooperativa de Colombia. Docente, Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca.

Yilman Medina Castañeda.

Ingeniero Metalúrgico, Universidad Libre; Especialista en Pedagogía y Docencia Universitaria, Universidad La Gran Colombia; Especialista en Gerencia de Calidad de Productos y Servicios, Universidad libre. Estudiante de Maestría en Informática Aplicada a la Educación, Universidad Cooperativa de Colombia. Docente Universidad Cooperativa de Colombia.